

文章编号:1000-8055(2009)10-2296-06

# 基于奇异值差的转静件碰摩故障诊断方法研究

何 田<sup>1</sup>, 刘献栋<sup>1</sup>, 陈亚农<sup>2</sup>, 李其汉<sup>3</sup>

- (1. 北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100191;
2. 中国航空工业集团公司 中国航空动力机械研究所, 株洲 412002;
3. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

**摘 要:** 针对目前奇异值分解方法在航空发动机碰摩故障诊断处理中的不足,在基于矩阵分析推导奇异值残差重构信号能量成分的基础上,提出了利用奇异值残差重构突变信息的方法并建立了诊断流程.利用仿真信号对提出的方法进行了验证,得出了该方法与理论分析相符合.最后将其应用于某型航空发动机实测数据的处理,成功地判断出该发动机碰摩的时刻和碰摩故障的延展,结果表明该方法对航空发动机碰摩故障的诊断具有良好的效果.

**关 键 词:** 碰摩; 奇异值分解; 故障诊断

**中图分类号:** V23; TH17

**文献标识码:** A

## Method for diagnosing rub fault of rotor-stator based on differences of singularly values

HE Tian<sup>1</sup>, LIU Xian-dong<sup>1</sup>, CHEN Ya-nong<sup>2</sup>, LI Qi-han<sup>3</sup>

- (1. School of Transportation Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. China Aviation Powerplant Research Institute, Aviation Industry Corporation of China, Zhuzhou 412002, China;
3. School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

**Abstract:** To overcome the limitation of the methods for diagnosing aero-engine rub fault based on singular value decomposition (SVD), the method for reconstructing abrupt information by using the differences of the singular values was presented based on the reconstructed signal's energy components derived by means of matrix analysis, and the fault diagnosis process was established. The presented method was verified by simulation signals, and the results confirmed the consistency of the presented theory. Finally, the method was applied to process the test data of an aero-engine, and the rub fault was diagnosed successfully. The results show that the presented method is effective to detect rotor-stator rub fault of the aero-engine.

**Key words:** rub; singular value decomposition (SVD); fault diagnosis

航空发动机转静子碰摩是一种能导致严重破坏的故障形式.在发动机运行时,往往会经历不同

的转速和工况,一般来说碰摩不会持续在整个运行区间.对数据的分析不但需要找出是否存在碰

收稿日期:2008-10-08; 修订日期:2008-12-31

基金项目:国家自然科学基金(50875010)

作者简介:何田(1979-),男,四川广安人,讲师,博士,主要从事航空发动机振动与故障诊断研究.

摩,而且需要找出碰摩的时间,以便为故障的分析与处理提供依据.

对于转子碰摩故障,最基本的特征便是碰撞和摩擦,因此如能提取转子系统的周期冲击响应成分,则可对碰摩故障的监测和诊断提供有效依据<sup>[1]</sup>.目前,针对碰摩引起的冲击成分或奇异性的提取,主要有小波变换<sup>[2-3]</sup>、Hilbert-Huang 变换<sup>[4]</sup>、广义 S 变换<sup>[5]</sup>等方法.然而航空发动机转速快,激振源多,干扰较大,碰摩故障信号非常复杂,这些时频分析方法有时难以满足这种多振源、强干扰下碰摩诊断的需要.

目前在航空发动机碰摩故障振动信号处理中,奇异值分解方法<sup>[6-7]</sup>得到了有效的应用.然而,奇异值分解方法还存在一些不足:一是需要选择适当的重构维数,重构维数过大或过小都难以有效提取出突变信息;二是虽然文献<sup>[7]</sup>提出了奇异值的选择方法,但用于重构突变信息的奇异值还是需要试选或同时重构多个信号;三是重构的突变信息会发生畸变,从文献<sup>[7]</sup>可以看出,以矩形脉冲序列重构出来的突变信息类似正弦调制脉冲序列.为此,本文提出了利用奇异值残差重构突变信息的方法.

## 1 方法的提出

### 1.1 奇异值分解

设  $D$  是一个  $m \times n$  维实矩阵,它的奇异值分解是指存在矩阵  $U \in \mathbf{R}^{m \times m}$ ,  $U \cdot U^T = I$  和  $V \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $V \cdot V^T = I$ ,以及矩阵  $\Lambda = [\text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p\} : 0]$ ,使得

$$D = U \Lambda V^T \quad (1)$$

式中  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p > 0$  称为矩阵  $D$  的奇异值.矩阵  $D$  的秩为  $p$ ,且  $p \leq \min(m, n)$ .  $U$  和  $V$  分别称为矩阵  $D$  的左、右奇异矩阵.并且列向量  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ ,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  分别构成了矩阵  $D$  的列空间和行空间上的标准正交基.式(1)也可以表示为向量形式

$$D = \lambda_1 u_1 v_1^T + \lambda_2 u_2 v_2^T + \dots + \lambda_m u_m v_m^T = \sum_{i=1}^m \lambda_i u_i v_i^T \quad (2)$$

对于故障诊断来说,假设机械系统的测试信号为数值序列:  $x_i (i = 1, 2, \dots, m + n - 1)$ ,则可利用时间序列吸引子重构方法得到重构矩阵  $D$

$$D = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_m & x_{m+1} & \dots & x_{m+n-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

### 1.2 基于奇异值残差重构消除噪声

假设设备正常运转时,传感器的测试信号  $x(t)$  包含确定性信号  $s(t)$  和高斯白噪声  $n(t)$ ,即

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (4)$$

信号  $s(t)$  和噪声  $n(t)$  不相关,则  $x(t)$  的重构矩阵  $D_x$  是信号  $s(t)$  的重构矩阵  $D_s$  和噪声  $n(t)$  的重构矩阵  $D_n$  的叠加.

对于  $s(t)$  的重构矩阵  $D_s$ ,  $D_s^T D_s$  特征值分解为

$$R_{ss} = D_s^T D_s = (U \Lambda V^T)^T U \Lambda V^T = V \Lambda U^T U \Lambda V^T = V \Lambda^2 V^T \quad (5)$$

可见,测试信号的重构矩阵的奇异值是其自相关矩阵特征值的非负平方根.

对于确定性信号  $s(t)$ ,自相关矩阵只有前几阶不为零<sup>[8]</sup>,因此,对于  $D_s$  的奇异值分解,不为零的奇异值只有前几个.

对于方差为  $\sigma_n^2$  的噪声  $n(t)$  重构矩阵  $D_n$ ,  $D_n^T D_n$  为

$$R_{nn} = D_n^T D_n = \sigma_n^2 I \quad (6)$$

由于  $V \cdot V^T = I$ ,因此

$$R_{nn} = \sigma_n^2 V \cdot V^T = V \Lambda_n^2 V^T = V \Lambda_n U^T U \Lambda_n V^T = (U \Lambda_n V^T)^T U \Lambda_n V^T \quad (7)$$

由式(7)可以看出,高斯白噪声重构矩阵的所有奇异值与其方差非负平方根相等.而

$$D_x = D_s + D_n = \sum_{i=1}^m \lambda_i u_i v_i^T + \sum_{i=1}^m \sigma_n u_i v_i^T = \sum_{i=1}^m (\lambda_i + \sigma_n) u_i v_i^T \quad (8)$$

由式(8)可见,噪声对测试信号重构矩阵的奇异值贡献相同.

此时假设测试信号  $x(t)$  中突然加入了新的故障信号例如冲击成分  $d(t)$ ,即

$$D_x' = D_s + D_m + D_n = U \Lambda V' \quad (9)$$

由于  $V' \cdot (V')^T = I$ ,因此

$$R_{mm} = \sigma_n^2 V' \cdot (V')^T = V' \Lambda_n^2 (V')^T \quad (10)$$

可见在相同重构维数下,相同能量的噪声叠加在测试信号中,对重构矩阵各阶奇异值贡献量大小不变.因此,在噪声的方差恒定的情况下,测试信

号中两段信号重构矩阵的奇异值相减后逆重构可以完全去除噪声。

### 1.3 基于奇异值残差重构消除光滑背景信号

突变信息与周期背景信号往往表现出一定的相关性(如在旋转机械中每周出现一次的突变信息与不平衡引起的背景信号相关)。因此必须对奇异值残差逆重构得到的信号成分进行分析。

对于重构矩阵  $D_x$ , 矩阵  $D_x^T D_x$  迹<sup>[9]</sup>

$$\text{tr}(D_x^T D_x) = \|A\|_F^2 = \sum_{i=1}^m x_i^2 \quad (11)$$

而

$$\begin{aligned} \text{tr}(D_x^T D_x) &= x_1^2 + 2x_2^2 + \cdots + mx_m^2 + mx_{m+1}^2 + \\ &\quad mx_n^2 + (m-1)x_{n+1}^2 + \cdots + \\ &\quad 2x_{m+n-2}^2 + x_{m+n-1}^2 \end{aligned} \quad (12)$$

从式(12)可以看出, 奇异值反映了信号的能量。每个时间序列点对奇异值的贡献不但与其本身大小有关, 而且与他们在相空间重构时被使用的次数有关, 这个次数就表现为它们的系数。只有时间序列两端的  $(m-1)$  个时间序列点的系数不为  $m$ 。对于故障诊断而言, 相空间的重构维数往往远小于时间序列的长度, 即可以认为  $m \ll n$ , 则(12)式可写为

$$\begin{aligned} \text{tr}(D_x^T D_x) &\approx mx_1^2 + mx_2^2 + \cdots + mx_m^2 + mx_{m+1}^2 + \\ &\quad mx_n^2 + mx_{n+1}^2 + \cdots + mx_{m+n-2}^2 + mx_{m+n-1}^2 = \\ &\quad m(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_m^2 + x_{m+1}^2 + x_n^2 + \\ &\quad x_{n+1}^2 + \cdots + x_{m+n-2}^2 + x_{m+n-1}^2) = mE_x \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $E_x$  表示信号的能量。

当  $x(t)$  仅含周期信号  $s(t)$ , 式(13)可写为

$$\text{tr}(D_x^T D_x) \approx m(s_1^2 + s_2^2 + \cdots + s_{m+n-1}^2) = mE_s \quad (14)$$

当时间序列包含了突变信息  $d(t)$  之后, 新时间序列记为  $y(t)$

$$y(t) = s(t) + d(t) \quad (15)$$

对于新时间序列  $y(t)$  的重构矩阵为  $D_y$ , 矩阵  $D_y^T D_y$  的迹为

$$\begin{aligned} \text{tr}(D_y^T D_y) &\approx m(y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_{m+n-1}^2) = \\ &\quad m[(s_1 + d_1)^2 + (s_2 + d_2)^2 + \cdots + \\ &\quad (s_{m+n-1} + d_{m+n-1})^2] = \\ &\quad m[s_1^2 + s_2^2 + \cdots + s_{m+n-1}^2 + \\ &\quad (d_1^2 + d_2^2 + \cdots + d_{m+n-1}^2) + \\ &\quad 2(s_1 d_1 + s_2 d_2 + \cdots + s_{m+n-1} d_{m+n-1})] = \\ &\quad mE_s + mE_d + 2m\langle s(t), d(t) \rangle \end{aligned} \quad (16)$$

因此, 两段时间序列奇异值残差的能量为

$$\begin{aligned} \text{tr}(D_y^T D_y) - \text{tr}(D_s^T D_s) &= mE_d + \\ &\quad 2m\langle s(t), d(t) \rangle \end{aligned} \quad (17)$$

因此, 如果突变信息与周期背景信号不相关, 则两者的内积为零, 奇异值残差重构的信号能完全反映突变信息的原貌。当两者存在相关性时, 奇异值残差重构的信号中会残留光滑背景信号的能量。在工程实际中, 脉冲发生频率往往是基频及基频倍数或分数, 从而, 突变信息序列包含丰富的基频倍频和分频频率成分。而其中与周期光滑背景信号相关的仅仅是突变信息离散成分与之相同的部分。因此, 突变信息与周期光滑背景信号的相关性并不很强, 虽然残差重构信号中有二者的耦合成分, 在大多数情况下是可以容忍的, 这可以通过第2节的仿真来说明。

通过1.2和1.3节的分析, 重构的信号消除了噪声并削弱了光滑背景信号大部分能量, 并保留了突变信息, 因此, 重构信号能极大地突出了原信号中的突变成分。

### 1.4 基于奇异值差的突变信息提取流程

根据上面的分析, 得到基于奇异值残差提取碰摩突变信息的流程如图1所示。

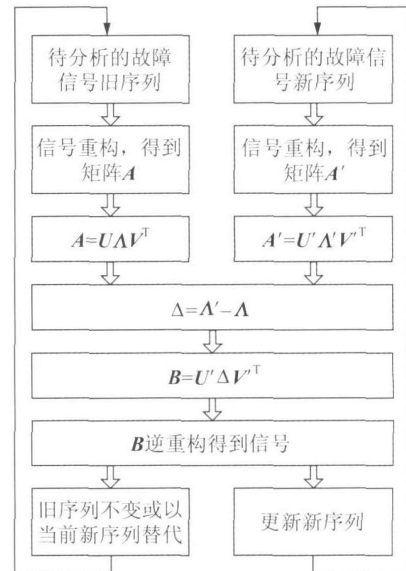


图1 基于奇异值残差重构突变信息的提取流程

Fig. 1 Extraction process of abrupt signal based singular value differences

## 2 数值仿真

现考虑仿真信号如下:

$$s(t) = s_1 + s_2 + \alpha(t) \tag{18}$$

式中

$$s_1 = A_1 \sin(2\pi\omega t), A_1 = 5, \omega = 50 \text{ Hz}$$

如图 2(a)所示: $s_2$  为如图 2(b)所示的在 0.2 s 才开始发生的半正弦脉冲序列,幅值为 1.8、频率为 85 Hz;为均值为 0 方差为 1 的高斯白噪声,即  $\sigma=1$ ,如图 2(c)所示. 三者的叠加信号如图 2(d)所示.

从时域波形图中可以看出,噪声的幅值大于脉冲,在叠加信号的时域波形中脉冲并不明显.

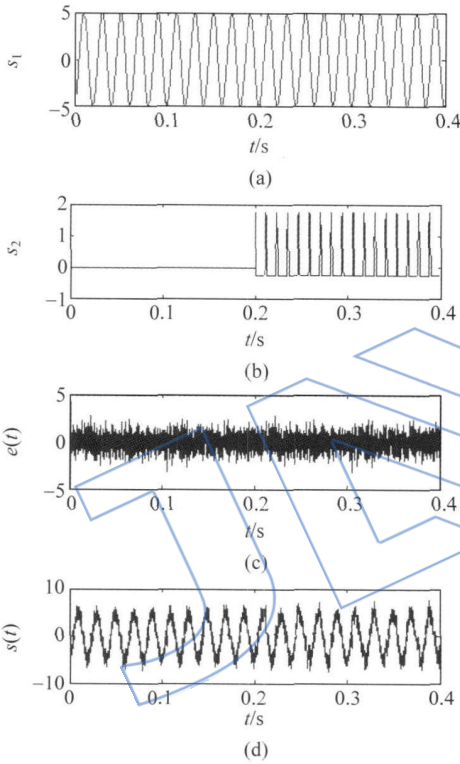


图 2 仿真信号分量及其叠加信号

Fig. 2 Simulation signals and the superposed signals

每次取 0.17 s 的数据,连续两次取值得到的信号分别是  $x_1$  和  $x_2$  (在实际中,也可以根据工程实际的需隔段取值). 先计算奇异值的差如图 3

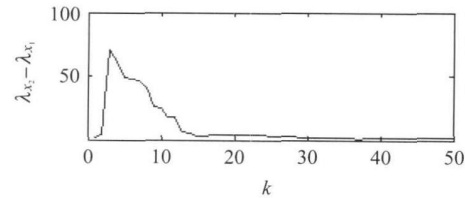


图 3 两段仿真信号的奇异值差

Fig. 3 Singular value difference curve of two simulation signals

所示,从图 3 可以看出,周期信号贡献的前两阶奇异值之差几乎接近零,后面由噪声贡献的奇异值也得到了较大的消减.

基于本文提出的方法,并利用  $\Delta\lambda$  代替  $\lambda'_i$ ,利用  $U$  和  $V$  执行 SVD (singular value decomposition) 的反变换,并逆重构得到信号  $y$  如图 4 所示.

从图 4(a)可以看出,0.2 s 发生的突变信息不但被有效地检测出来了,而且检测出来的突变信息的形状非常接近原半正弦脉冲序列. 从图 4(b)重构信号的时域波形和幅值谱图中可以看出,光滑背景信号基本被消除了;噪声由于不是真正的白噪声,因而有一小部分残留,但对半正弦脉冲的影响不大. 因此,基于奇异值残差重构突变信息的方法具有很强的突变信息提取能力.

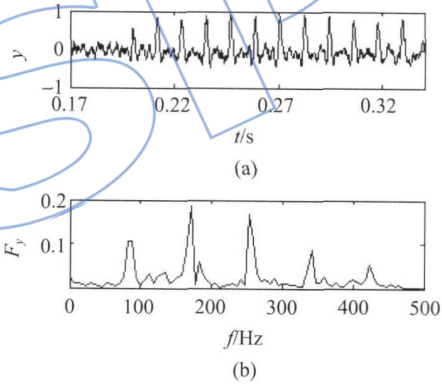


图 4 重构信号的时域波形及其幅值谱

Fig. 4 Time-domain curve and frequency domain curve of the reconstructed signal

将脉冲序列的发生频率与光滑背景周期信号的频率调为一致,即发生频率为 50 Hz.

按式(18)得到叠加信号. 每次取 0.17 s 的数据,连续两次取值得到的仿真信号重构矩阵奇异值的差如图 5 所示,基于本文提出的方法,重构得

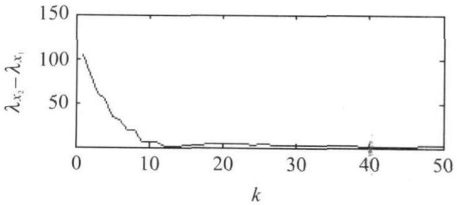


图 5 新的两段仿真信号的奇异值及奇异值差

Fig. 5 Singular value difference curve of the two new simulation signals

到信号  $y$  时域波形和幅值谱如图 6 所示. 从图 6 可以看出, 虽然重构信号中明显耦合了光滑背景信号的部分能量, 但在 0.2 s 发生的突变信息还是被非常清晰地检测出来了.

将最大的奇异值残差置零, 重构信号  $y$  如图 7 所示. 从图 7 可以看出, 重构信号中耦合的光滑背景信号能量明显减小. 因此, 将奇异值较大残差值置零, 能够有效减小耦合在重构信号中的光滑背景信号, 提高突变信息提取的信噪比.

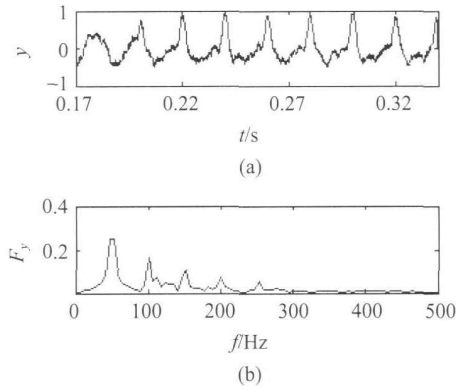


图 6 重构信号的时域波形及其幅值谱  
Fig. 6 Time-domain curve and frequency domain curve of the new reconstructed signal

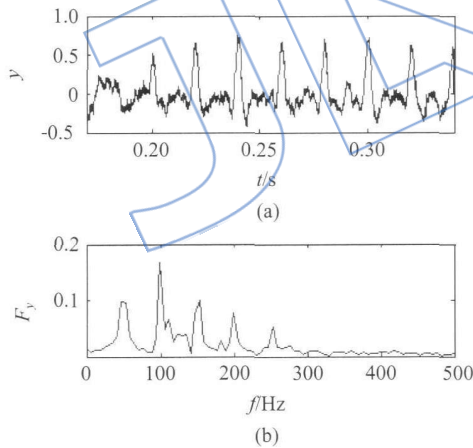


图 7 消除最大奇异值差后重构信号时域波形及其幅值谱  
Fig. 7 Time-domain curve and frequency domain curve of the signal reconstructed by taking out the max difference

### 3 某航空发动机碰摩故障的处理结果

某型发动机在运行时发生故障, 图 8 是发生故障时前后振动信号幅值变大的过渡过程. 需要指出的是, 使用的数据未标定, 单位为 mV, 但这

不影响本文的分析结果.

从总体上看, 振动信号的幅值加大, 可能是出现了某个故障, 在转子的振动中加入了新的能量成分. 利用本文提出的方法, 对新加入的信号成分进行了分析. 选择每次分析的数据为 800 个点, 重构维数 40. 在处理过程中以信号的前 800 个点作为起始序列, 并每次固定不变. 分析后面每段 (每次 800 个点) 与起始序列的奇异值残差重构信号. 需要指出的是, 由于故障导致转速不恒定, 且周期光滑背景信号能量渐增, 因此在重构信号时将最大奇异值残差置零以消除背景信号影响. 图 9 是该段时间内的几个典型分析结果.

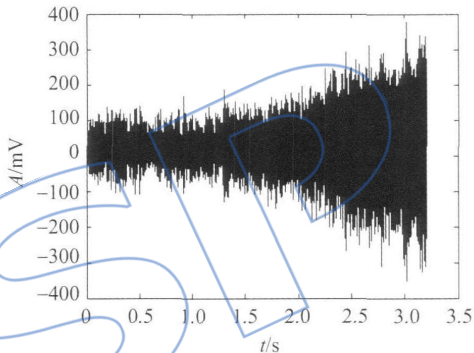


图 8 航空发动机振动信号时域波形  
Fig. 8 Time-domain curve of certain aero-engine's vibration signal

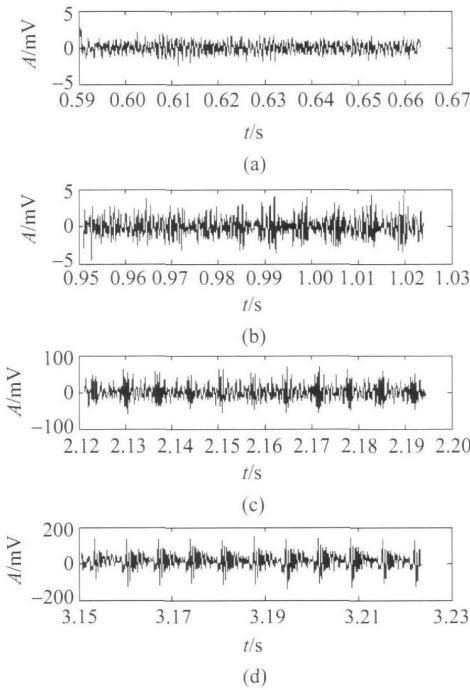


图 9 不同时间段重构信号的时域波形  
Fig. 9 Time-domain curves of constructed signals at different time

从图 9(a)中可以看出,在这段时间的前期,转子运行平稳,从图 8 中也可以看出振动信号幅值变化不大,奇异值残差重构的信号能量小,且类似噪声和周期信号的叠加,这是因为奇异值残差由光滑背景信号和噪声贡献的,因此可判断转子系统无故障。

而在 0.95 s 时重构的信号中,如图 9(b)所示,明显出现具有冲击的成分,这时幅值出现上升的趋势,表明系统出现了故障,且此时碰摩的程度还比较轻轻微,突变信息的幅值还较小。

随着时间的推移,振动信号幅值增加,通过奇异值差重构的突变信息变得明显,幅值也增加,如图 9(c)中 2.12~2.19 s 时段的重构信号波形所示。这表明故障程度的扩展,碰摩逐渐加剧。

最后,振动信号不但幅值较大,而且如图 9(d)所示,重构出来的突变信息呈现典型的冲击突变成成分形式。这表明故障扩展为严重碰摩。

## 4 结 论

通过对基于奇异值残差重构突变信息方法的研究,建立了利用奇异值分解方法提取突变信息的方法和流程,并将其应用于仿真数据和航空发动机实测数据的处理,得出以下结论:

- 1) 该方法能够有效消减噪声和光滑背景信号,从而更充分地复原突变信号携带的信息;
- 2) 该方法能够有效用于航空发动机碰摩故障信号分析,能够分辨碰摩发生的时刻和碰摩故障的延展。

## 参考文献:

- [1] 李允公,刘杰,张金萍. 基于实测冲击响应的转子碰摩故障特征提取方法[J]. 机械工程学报, 2007, 43(4): 224-228.  
LI Yungong, LIU Jie, ZHANG Jinping. Signature extracting method of the fault of rubbing rotor based on measured impulse response[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(4): 224-228. (in Chinese)
- [2] 何永勇,印欣运,褚福磊. 基于小波尺度谱的转子系统碰摩声发射特性[J]. 机械工程学报, 2007, 43(6): 149-153.  
HE Yongyong, YIN Xinyun, CHU Fulei. Acoustic emission characteristics of rub-impact for rotor-bearing system based on wavelet scalogram [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(6): 149-153. (in Chinese)
- [3] 段晨东,张建丁. 基于第二代小波变换的转子碰摩故障特征提取方法研究[J]. 机械科学与技术, 2006, 25(10): 1229-1232.  
DUAN Chendong, ZHANG Jianding. Study of the fault feature extraction method for rotor rub-impact based on the second generation wavelet transformation [J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(10): 1229-1232. (in Chinese)
- [4] CHENG Junsheng, YU Dejie, TANG Jiashi, et al. Local rub-impact fault diagnosis of the rotor systems based on EMD[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(4): 784-791.
- [5] 张志禹,吕延军,张九龙. 航空发动机转子碰摩故障信号广义 S 变换方法[J]. 交通运输工程学报, 2007, 7(3): 25-28.  
ZHANG Zhiyu, LYU Yanjun, ZHANG Jiulong. Generalized S-transform method of rotor impact rub fault signal of aeroengine [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2007, 7(3): 25-28. (in Chinese)
- [6] 何田,刘献栋,李其汉. 噪声背景下检测突变信息的奇异值分解技术[J]. 振动工程学报, 2006, 19(3): 399-403.  
HE Tian, LIU Xiandong, LI Qihan. An improved method of detecting abrupt information based on singularity value decomposition in noise background [J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(3): 399-403. (in Chinese)
- [7] 何田,刘献栋,李其汉. 一种改进的航空发动机转静件碰摩故障诊断方法[J]. 航空动力学报, 2008, 23(6): 1093-1097.  
HE Tian, LIU Xiandong, LI Qihan. Improved fault diagnosis method for aero engine rotor-stator rubs [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(6): 1093-1097. (in Chinese)
- [8] YANG Wenxian, Tse P W. Development of an advanced noise reduction method for vibration analysis based on singular value decomposition [J]. NDT & E International, 2003, 36: 419-432.
- [9] 关晓勇. 基于奇异值分解的状态监测与故障诊断方法研究[D]. 大连:大连理工大学, 2005.  
GUAN Xiaoyong. The research on methods of condition monitoring and fault diagnosis based on SVD[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2005. (in Chinese)